山西能源学院教案

授课班级 能动 1701-1704   授课时间_____   计 2 学时

课题（章节及内容）	2.3 典型一维导热问题的分析解-通过圆筒壁的导热 2.4 通过肋片的导热
教学目的和要求	掌握求解平壁导热的基本方法，掌握平壁中温度的基本计算公式； 掌握通过圆筒壁和肋片热流量的基本计算公式。
重　点 难　点	圆筒壁导热过程中的温度分布； 肋效率与肋面总效率。
教学进程（含课堂教学内容、教学方法、辅助手段等）	教学内容：通过单层圆筒壁的导热，通过多层圆筒壁的导热，带第二类、第三类边界条件的一维导热问题，通过等截面直肋的导热，肋效率与肋面总效率。 教学方法：讲授与练习、启发讨论、诱导式、归纳总结法。
作业布置	2-18 2-19
主　要 参考资料	《传热学》第四版，杨世铭，陶文铨， 高等教育出版社，2006 年 8 月
课后自我总结分析	

山西能源学院教案

2.3 典型一维导热问题的分析解-通过圆筒壁的导热

一、单层圆筒壁

已知圆筒内、外半径分别为 r_1、 r_2， 内外表面温度均匀恒定分布且分别为 t_1 、t_2，若采用圆柱坐标系（ r, φ ， z ）求解则成为沿半径方向的一维导热问题，如图 2-8 所示假设： λ =const 。

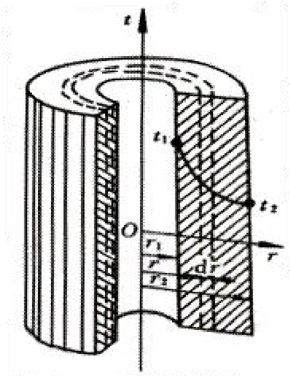

图 2-8 单层圆筒壁

1 ）圆筒壁的温度分布

根据圆柱坐标系中的导热微分方程：

$$\rho c\frac{\partial t}{\partial \tau}=\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial \gamma}(\lambda\gamma\frac{\partial t}{\partial \gamma})+\frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial}{\partial \Phi}(\lambda\frac{\partial t}{\partial \Phi})+\frac{\partial}{\partial Z}(\lambda\frac{\partial t}{\partial Z})+\Phi$$

得常物性、稳态、一维、无内热源圆筒壁的导热微分方程为： $\frac{d}{dr}(r\frac{dt}{dr})=0$

如图建立坐标系，圆筒边界条件为：

当 $r=r_1$ 时 $t=t_1$ ； $r=r_2$ 时 $t=t_2$ 。对此方程积分得其通解（连续积分两次）： $t=c_1\ln r+c_2$

其中 $c_1 c_2$ 均为常数，且由边界条件确定。

当 $r=r_1$ 时 ,$t=t_1$ ； $r=r_2$ 时 $t=t_2$ ，代入上式得

$$c_1=\frac{t_2-t_1}{\ln(r_2/r_1)} \qquad c_2=t_1-\ln r_1\frac{t_2-t_1}{\ln(r_2/r_1)}$$

将 $C_1 C_2$ 代入导热微分方程的通解中得圆筒壁的温度分布为：

$$t=t_1+\frac{t_2-t_1}{\ln(r_2/r_1)}\ln(\frac{r}{r_1})$$

由此可见，圆筒壁中的温度分布呈对数曲线，而平壁中的温度分布呈线性分布。

2 ）圆筒壁导热的热流密度

对圆筒壁温度分布求导得：$\frac{dt}{dr}=\frac{1}{r}(t_2-t_1)/\ln\frac{r_2}{r_1}$

代入傅立叶定律得　通过圆筒壁的热流密度：$q=-\lambda\frac{\partial t}{\partial r}=\frac{\lambda}{r}\frac{t_2-t_1}{\ln(r_2/r_1)}$

由此可见，通过圆筒壁导热时，不同半径处的热流密度与半径成反比。

3 ）圆筒壁面的热流量 Φ

$\Phi=A\,q=2\pi rlq=[2\pi\lambda l(t_1-t_2)]/\ln(r_2/r_1)$

由此可见，通过整个圆筒壁面的热流量不随半径的变化而变化。

二、多层圆筒壁

据热阻的定义，通过圆通壁的导热热阻为 $R=\Delta t/\Phi=[\ln(r_2/r_1)]/2\pi\lambda L$

同理：对于多层圆通壁的导热问题，可根据热阻叠加原理，求 ：通过多层圆通壁的导热热流量：

$$\Phi=\frac{2\pi l(t_1-t_4)}{\ln(r_2/r_1)/\lambda_1+\ln(r_3/r_2)/\lambda_2+\ln(r_4/r_3)/\lambda_3}$$

三、其他变截面或变导热系数的导热问题

前三种情况的求解方法： 1 ）求解导热微分方程得其温度分布；

2 ）据傅立叶定律获得导热热流量。

1 、 变导热系数

根据傅立叶定律求解而导热系数为变数或沿导热热流密度矢量方向导热截面积为变量时，此方法有效。

∵导热系数为温度的函数 λ(t) ∴根据傅立叶定律得： $\Phi=-A\lambda(t)(dt/dx)$

分离变数积分，而 Φ 与 X 无关系，则得：$\Phi\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A}=-\int_{t_1}^{t_2}\lambda(t)dt$

方程右边乘以 (t 2 -t 1)/(t 2 -t 1 --) 得：$\Phi\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A}=\frac{-\int_{t_1}^{t_2}\lambda(t)dt}{(t_2-t_1)}(t_2-t_1)$

显然式中 $\frac{\int_{t_1}^{t_2}\lambda(t)dt}{(t_2-t_1)}$ 项是在 t 1 至 t 2 范围内，由 λ(t) 积分平均值，可用 $\bar{\lambda}$ 表示

则：$\Phi=\bar{\lambda}(t_1-t_2)\Big/\left(\int_{x_1}^{x_2}\frac{1}{A}dx\right)$

∵ $\bar{\lambda}$ 代替 $\frac{-\int_{t_1}^{t_2}\lambda(t)dt}{(t_2-t_1)}$ 不受到 A 与 X 关系的制约

$$\Phi = \bar{\lambda}(t_1 - t_2) \Big/ \left(\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{A} dx\right)$$

∴ 适于任何的 A,X

在方程中若 $\lambda=\lambda(t)$ ，则： $\lambda=\lambda_0(1+bt)$ 或 $\lambda=\lambda_0+at$

由此可见：$\bar{\lambda}$ 是算术平均温度下 $t=(t_1+t_2)/2$ 的值只需把前述公式的 λ 取平均温度下的值即可。

综上所述四种情况的共同特点：通过热量传递的方向上 Φ 保持不变。

- 变截面导热

沿热量传递方向截面变化时可表示为： $A=A(x)$

则： $\Phi=-A(x)\lambda(dt/dx)$

通过肋片的导热（ 变截面 ）属变截面导热问题，详见 §2-4

2-4 通过肋片的导热

一 基本概念

1 、肋片：指依附于基础表面上的扩展表面 。

2 、常见肋片的结构：针肋、直肋、环肋、大套片。

3 、肋片导热的作用及特点

1 ）作用：增大对流换热面积及辐射散热面 ，以强化换热

2 ）特点：在肋片伸展的方向上有表面的对流换热及辐射散热， 肋片中沿导热热流传递的方向上热流量是不断变化的。即： $\Phi\neq const$ 。

4 、分析肋片导热解决的问题

一是：确定肋片的温度沿导热热流传递的方向是如何变化的？

二是：确定通过肋片的散热热流量有多少？

二、通过等截面直肋的导热

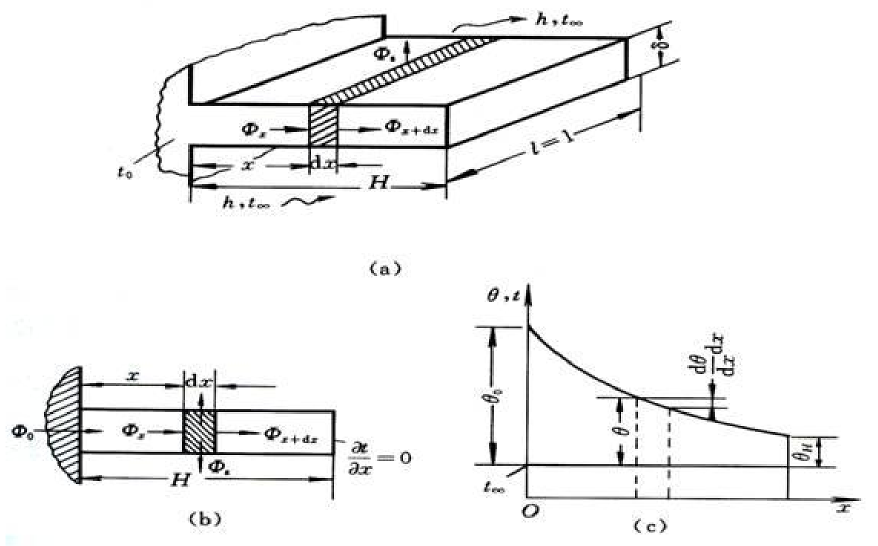

图 2-11　通过肋片的热量传递

如图 2-11 所示，已知肋根温度为 t 0，周围流体温度为 t ∞ ，且 t 0 >t ，为 复合换热的表面传热系数 h 。试确定：肋片中的温度分布及通过肋片的散热量

解：假设 1 ）肋片在垂直于纸面方向 (即深度方向) 很长，不考虑温度沿该方向的变化，因此取单位长度分析；

2 ）材料导热系数 λ 及表面传热系数 h 均为常数，沿肋高方向肋片横截面积 Ac 不变；

3 ）表面上的换热热阻 1/h ，远大于肋片的导热热阻 δ/λ ，即肋片上任意截面上的温度均匀不变；

4 ）肋片顶端视为绝热，即 dt/dx=0 ；

在上述假设条件下，把复杂的肋片导热问题转化为一维稳态导热如图 2-11 （ b ）。若肋片各截面的温度沿高度方向是逐渐降低的如图 2-11 （ c ），则导热微分方程：

$$\frac{d^2t}{dx^2}+\frac{\dot{\Phi}}{\lambda}=0 \qquad (1)$$

计算区域的边界条件是： x=0 ， t=t 0 -t ∞ ；

x=h ， dt/dx=0

肋片的两个侧面不是区域边界，但通过两表面有热量的传递。若把通过两侧面所交换的热量视为整个截面上的体积热源，那么针对长度为 dx 的微元体，参

与换热的截面周长为 P ，微元体则表面的总散热量为：

$$\Phi s = (p\,dx)\,h\,(t-t_\infty) \qquad (2)$$

微元体的体积为： $A_c\,dx$,那么，微元体的折算源项为：$\dot{\Phi} = -\frac{\Phi_s}{A_c dx} = -\frac{hp(t-t_\infty)}{A_c}$ （ 3 ）

负号表示肋片向环境散热，所以源项取负。

由 (1) (3) 式得： $d^2t/dx^2 = hp(t-t_\infty)/(\lambda Ac)$ （ 4 ）

由此可见，该式为温度 t 的二阶非齐次方程。

引入过余温度 $\theta=t-t_\infty$，使 (4) 式变形成为二阶齐次方程： $d^2\theta/dx^2 = m^2\theta$

边界条件 当 x=0 时 , $\theta=\theta_0=t_0-t_\infty$ ；当 x=H 时 , $d\theta/dx=0$

对二阶线性齐次常微分方程求解得其通解： $\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx}$

其中 c_1， $\frac{\alpha l}{\lambda}$ 为积分常数，由边界条件确定之。将边界条件代入得：

$$c_1 + c_2 = \theta_0 \qquad c_1 e^{mH} - c_2 e^{-mH} = 0$$

将其代入通解中得肋片中的温度分布为：

$\theta=\theta_0$ （ $e^{mx} + e^{2mH} e^{-mx}$ ） $/(1+e^{2mH}) = \theta_0\, ch[m(x-H)]/ch(mH)$

令： x=H , 则得肋端温度的计算式： $\theta_H = \theta_0 / ch(mH)$

据能量守恒定律知，肋片散入外界的全部热流量都必须通过 x=0 处的肋根截面。

据傅里叶定律得知通过肋片散入外界的热流量为

$\Phi_{x=0} = -\lambda Ac(d\theta/dx)_{x=0}$

$= -\lambda Ac\theta_0 (-m) .sh(mH)/ch(mH)$

$= \lambda Ac\theta_0 m.th(mH)$

$= (hp/m)\theta_0\, th(mH)$

说明： 1 ）上述结论是假当在 x=H 时， $d\theta/dx=0$ 。若 x=H 时， $\frac{d\theta}{dx} \neq 0$ 不适用；

2 ）计算 Φ 时比较简便的方法。若肋片的厚度 δ ，引入假想高度 H 。

三、肋效率

- 定义： η_f = 实际散热量 / 假设整个肋表面处于肋基温度下的散热量。
- 物理意义：表征肋片散热有效程度的指标。